Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

MODULO N° 4 PRIMER NIVEL MEDIO
ED. MATEMÁTICA
FUNCIONES LINEALES Y AFIN

Nombre ……………………………………………Curso …………..Fecha ……………

INTUITIVAMENTE DAREMOS RESPUESTA A LA PREGUNTA ¿QUÉ ES UNA FUNCIÓN?

a través de una expresión matemática. Podemos asemejarla a una fábrica de números, de tal manera que ingresamos materia prima (números) y obtenemos como producto otros números

Una función se denota con el término f (x) y se lee función de x.

Ejemplos:

1) Función el doble de un número
A) f (3) = 6
B) f (5) = 10
2) Función el inverso aditivo de un número:
A) f (3) = -3
f (-5) = 5
3) Función un número incrementado en tres:
A) f (4) =7
B) f (1) = 4

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

Escriba las operaciones que realizan las siguientes funciones:

1) La función t definida como: t(x) = 3x

2) La función s definida como: s(x) = 9x - 10

3) La función g definida como: g(x) = 8x + 3

<u>FUNCIÓN</u> Formalmente, una función es una relación entre dos variables de manera que a cada valor de la primera, le corresponde un único valor en la segunda. A estas variables se les denomina:
<u>Independiente:</u> Corresponde a la primera variable y se le suele asignar la letra x.
<u>Dependiente</u>: Es la que se deduce de la variable independiente y se le suele designar con la letra y, o como f (x).

<u>ELEMENTOS DE UNA FUNCIÓN</u>

A continuación se señalan elementos de una función:

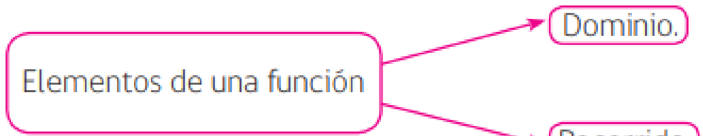
Se describirá lo que es el dominio de la función

Se describirá lo que es el recorrido de una función.

En qué conjunto numérico tiene validez estas funciones.

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

Una función $f\,()$ está constituida por: El dominio y el recorrido.



Analizaremos cada uno de estos conceptos:

- Llamaremos **dominio de la función y lo escribiremos** $Dom\ f\,()$ al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.

El conjunto formado por los valores que puede tomar la variable dependiente se denomina recorrido o imagen de la función y lo escribiremos Rec f ( ) o Im f ( ).
Una función es una relación que asigna a cada elemento del dominio uno y solo un elemento del recorrido.
En el ejemplo de la máquina: 1) El dominio: Son todos los valores que podemos introducir en ella.
2) El recorrido: Son todos los posibles resultados.

FUNCIÓN AFÍN

Se denomina función afín a aquella de la forma: $f(x) = mx + n$
Donde m y n son números reales distintos de cero.
Ejemplo:
1) Juan es un taxista que cobra $280 por bajada de bandera y $ 60 por cada tramo de 200 metros recorridos.
Si llamamos x al número de tramos recorridos, la función que permite determinar el costo de un viaje
en el taxi de Juan es:

$$f(x) = 60x + 280$$

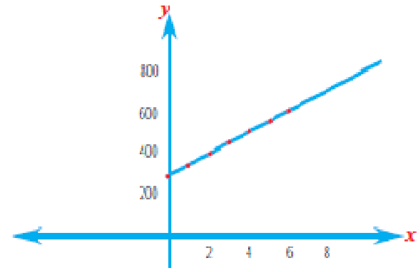
Variables involucradas $f(x)$: cantidad de dinero a pagar por viaje, x cantidad de tramos recorridos

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

Tabla de valores

x (tramos)	$f(x)$ \$
0	280
1	340
2	400
3	460
4	520
5	580
6	640

Gráfica de la función



FUNCIÓN LINEAL

La forma algebraica de la función lineal puede representarse de la siguiente manera: $f(x) = mx$

Donde m es un número real distinto de cero.

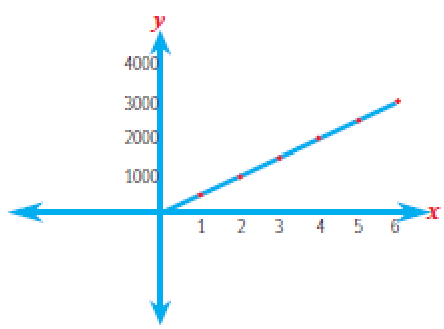
1) Francisco acompañó a su padre a comprar y ha visto que 1 kg de tomates vale \$ 500. Al preguntar cómo se calcula el precio para diferentes kg de tomates su padre le explica que debe relacionar el número de kg de tomates con el precio final.

Las variables en esta situación son **«número de kilogramos»** (variable independiente) y **«precio»** (variable dependiente). Si llamamos x al número de kilogramos y $f(x)$ al precio, la función que las relaciona
es la función lineal, que se expresa de la siguiente manera: $f(x) = 500x$

Tabla de valores

x (kilogramos)	$f(x)$ \$
0	0
1	500
2	1000
3	1500
4	2000
5	2500
6	3000

Gráfica de la función



1) Evaluar la función $f(x) = 2x + 8$ cuando el valor numérico de x es 5.

$f(5) = 2 \cdot 5 + 8$

$f(5) = 10 + 8$

$f(5) = 18$

2) Si $f(x) = -3x - 1$ **¿cuál es el valor de $f(-4)$?**

$f(-4) = -3 \cdot (-4) - 1$

$f(-4) = 12 - 1$

$f(-4) = 11$

4) El valor de la función $f(x) = -3{,}2x - 8{,}7$ en $x = -1{,}6$

$f(-1{,}6) = -3{,}2 \cdot -1{,}6 - 8{,}7$

$f(-1{,}6) = 5{,}12 - 8{,}7$

$f(-1{,}6) = -3{,}58$

5) Evaluar la función $f(x) = 2x + 1$ en $x = a$

$f(a) = 2 \cdot a + 1$

$f(a) = 2a + 1$

De acuerdo a lo anterior responda:

6) Si $f(x) = 3x + 2$ ¿cuál es el valor de $f(-3)$?

7) Si $f(x) = -4x - 3$ ¿cuál es el valor de $f(3)$?

8) Si $f(x) = 4x + 5$ ¿cuál es el valor de $f(2)$?

9) Si $f(x) = 5x + 1$ ¿cuál es el valor de $f(b)$?

10. Claudia quiere invitar a tres de sus amigas al cine y la entrada al cine más cercano a su casa tienen un costo de $ 3.500.

¿Cuál es la variable dependiente e independiente?

Una variable dependiente que se identifica en esta situación es **«el valor que cancelará Claudia por el total de las entradas al cine»**, que depende de la variable independiente *x*, que representa **«número de amigas que Claudia invitará al cine».**

La función que relaciona estas variables es la función lineal $f(x) = 3500x$

Evaluar la función es útil para saber cuánto dinero tendrá que cancelar según el número de amigos que invite.

a) ¿Cuál es el valor que debe cancelar Claudia por 3 entradas?

1) **Evalúe la función $f(x) = 5x + 9$ en $x = 1$ y en $x = \frac{1}{5}$**

2) **Si $f(x) = 2x - 6$, evalué la función en $x = -7$ y en $x = 0,5$**

TABULACIÓN DE VALORES DE UNA FUNCIÓN

Para realizar una tabla de valores de una función debemos elegir un conjunto de valores de la variable independiente y evaluar la función en cada uno de esos valores. Esta tabla nos ayudará a organizar datos y a graficar, pues con ella obtendremos los puntos que debemos ubicar en el plano cartesiano para realizar la gráfica de la función.

Ejemplos:

1) Realizaremos una tabla de valores para la función $f(x) = 5x + 1$

Primero elegimos un conjunto de números para la variable independiente, por ejemplo { -1,0,1,2,3,4 }

Luego evaluamos la función en cada uno de esos valores, es decir calculamos $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ y $f(4)$

Finalmente escribimos el punto que se representa de forma $(x, f(x))$.

x	**Evaluamos** $f(x) = 5x + 1$	$f(x)$	**Par ordenado** $(x, f(x))$.
-1	$f(-1) = 5 \cdot (-1) + 1 = -5 + 1 = -4$	-4	(-1, -4)
0	$f(0) = 5 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$	1	(0, 1)
1	$f(1) = 5 \cdot 1 + 1 = 5 + 1 = 6$	6	(1, 6)
2	$f(2) = 5 \cdot 2 + 1 = 10 + 1 = 11$	11	(2, 11)
3	$f(3) = 5 \cdot 3 + 1 = 15 + 1 = 16$	16	(3, 16)
4	$f(4) = 5 \cdot 4 + 1 = 20 + 1 = 21$	21	(4, 21)

Habitualmente verá esta tabla resumida, con las columnas x y $f(x)$, en este caso:

x	$f(x)$
-1	-4
0	1
1	6
2	11
3	16
4	21

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

ACTIVIDAD **Complete cada tabla de valores para las siguientes funciones:**

a) $f(x) = 3x + 4$

x	Evaluamos $f(x) = 3x + 4$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$
-3			
-2			
-1			
0			
1			
2			

Resumiendo

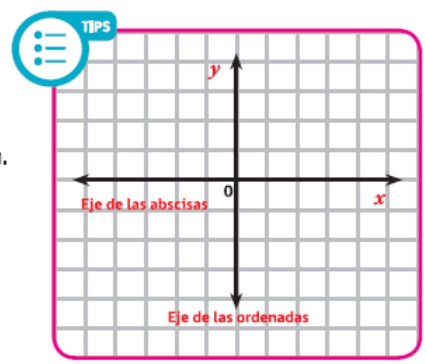
x	$f(x)$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	

GRÁFICO DE RECTAS

Las funciones lineales o afines pueden llevarse a un gráfico en el plano cartesiano, y veras que en ambos casos sus gráficas corresponden a líneas rectas.

Para graficar una recta realizaremos los siguientes pasos:

a) Completar una tabla resumida de la función
b) Ubicar en el plano cartesiano los pares ordenados de la función.
c) Unir los puntos que se graficaron a través de una línea recta.



Ejemplo:

1) Graficaremos la recta $y = 5x + 3$

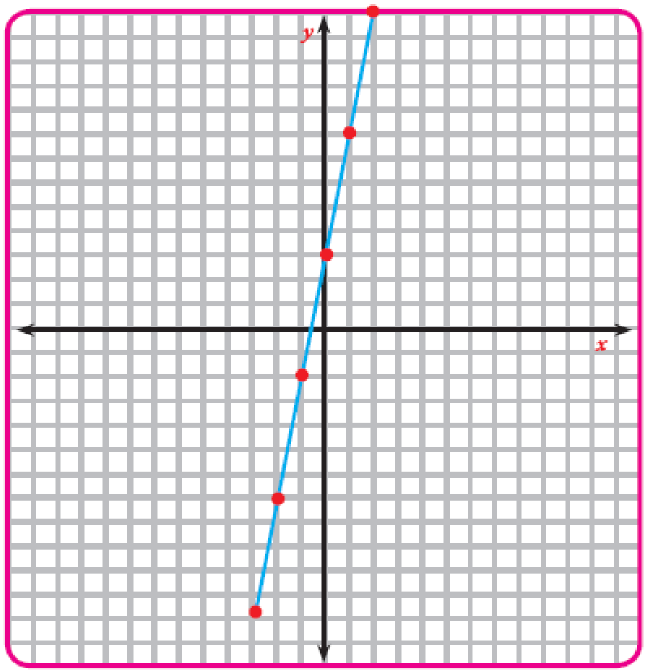
a) Completamos una tabla de la función

x	Evaluamos $f(x) = 5x - 3$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f, (x))$
−3	$f(-3) = 5 \bullet (-3) + 3 = -15+3 = -12$	−12	(−3, −12)
−2	$f(-2) = 5 \bullet (-2) + 3 = -10+3 = -7$	−7	(−2, −7)
−1	$f(-1) = 5 \bullet (-1) + 3 = -5 + 3 = -2$	−2	(−1, −2)
0	$f(0) = 5 \bullet 0 + 3 = 0 + 3 = 3$	3	(0, 3)
1	$f(1) = 5 \bullet 1 + 3 = 5 + 3 = 8$	8	(1, 8)
2	$f(2) = 5 \bullet 2 + 3 = 10 + 3 = 13$	13	(2, 13)

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

) Ubicamos los puntos obtenidos en un plano cartesiano.

) Trazamos la recta que pasa por los puntos.



Realice los siguientes ejercicios:

1) Grafique las siguientes funciones lineales:

a) $f(x) = 2x$

b) $f(x) = -5x$

c) $f(x) = 3x$

d) $f(x) = -x$

Observe los gráficos y escriba características comunes de las gráficas de las funciones lineales.

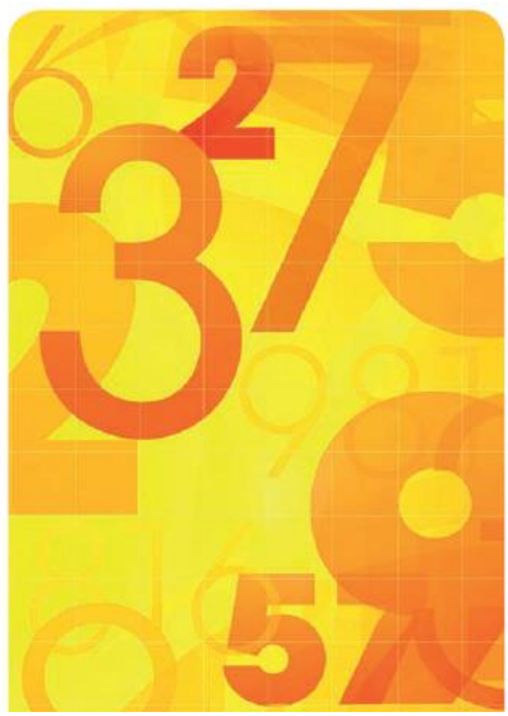
2) Grafique las siguientes funciones afines:

a) $f(x) = 2x - 3$

b) $f(x) = x - 4$

c) $f(x) = 3x + 2$

d) $f(x) = -4x + 10$



COEFICIENTE DE POSICION Y PENDIENTE DE UNA RECTA

En una función que representa una recta tenemos:

$f(x) = mx + n$

m: pendiente n: coeficiente de Posición

TIPS

m: pendiente, es la inclinación que la recta tiene respecto del eje de abscisas

n: coeficiente de posición, es el valor en el cual la recta corta al eje de las ordenadas.

Donde m y $n \in \mathbb{R}$

Ejemplos:

1) Dada la función afín $f(x)=2x+8$, grafiquemos esta función:

Tabla de valores resumida

x	$f(x)$
0	8
-4	0

Pendiente $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

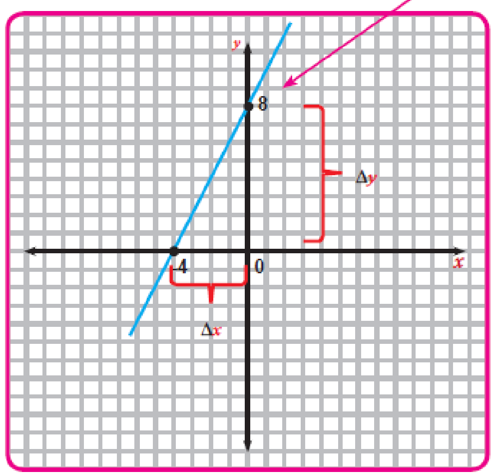
$$m = \frac{8 - 0}{0 - -4}$$

$$m = \frac{8}{4}$$

$$m = 2$$

Gráfica de la función

Coeficiente de Posición (n)



ACTIVIDAD **En las siguientes funciones afines indique el valor de la pendiente y el valor del coeficiente de posición (simplifique si es necesario):**

1) $f(x) = -8x + 2$

m = Pendiente = ☐ n = Coeficiente de posición = ☐

2) $f(x) = 5x - 16$

m = Pendiente = ☐ n = Coeficiente de posición = ☐

3) $f(x) = \dfrac{-15x - 10}{5}$

m = Pendiente = ☐ n = Coeficiente de posición = ☐

PENDIENTE DE UNA RECTA

Si los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ pertenecen a una recta, se define la pendiente m de esa recta como el cuociente entre la diferencia de coordenadas y y la diferencia de coordenadas x. Es decir:

$$\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}}$$

Ejemplos

1) ¿Cúal es la pendiente de la recta que pasa por los puntos (1,5) y (3,9)?.

Tenemos la siguiente información: $(\underset{x_1}{1}, \underset{y_1}{5})$ y $(\underset{x_2}{3}, \underset{y_2}{9})$

Reemplazamos estos valores en la expresión $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{9 - 5}{3 - 1}$$

$$m = \frac{4}{2}$$

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

ACTIVIDAD **Resuelva los siguientes ejercicios:**

1) Calcule la pendiente de la recta que pasa por los puntos:

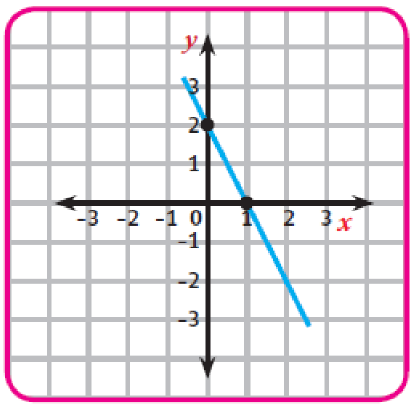
a) (7, 29) y (12,30)

b) (21, 5) y (11, 45)

el cuaderno

2) ¿Cuál es la pendiente de las siguientes rectas?

a)



b)