Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

MODULO N° 5 PRIMER NIVEL MEDIO MES DE SEPTIEMBRE.
ED. MATEMÁTICA ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Nombre ……………………………………………Curso ………….Fecha ……………

Ecuaciones de primer grado

Aprenderemos a resolver **ecuaciones de primer grado con una incógnita**: sencillas, con paréntesis, con denominadores y con ambos a la vez.

Introducción: Concepto de ecuación

Antes de empezar con la resolución de **ecuaciones de primer grado** propiamente dicha, vamos a ver un poco qué es una ecuación.

Una **ecuación** es una igualdad algebraica que se cumple solamente para determinados valores de las **variables** o **incógnitas** (las letras). Por ejemplo, la siguiente igualdad algebraica es una ecuación:

$7x - 3 = 3x + 9$

Los valores de las variables o incógnitas (letras) que hacen que se verifique la igualdad son lo que denominamos **soluciones** de la ecuación. Así, en el ejemplo anterior, x=3 sería una solución, ya que hace que se verifique la igualdad al sustituir x por 3:

$$7 \cdot 3 - 21 - 3 = 9 + 9$$

$$21 - 3 = 9 + 9$$

$$18 = 18$$

Por lo tanto, **resolver una ecuación** no es otra cosa que encontrar el valor o los valores que ha de tomar la variable o incógnita para que se cumpla la igualdad.

He comenzado diciendo que una ecuación es una igualdad algebraica, eso quiere decir que tiene un **signo «=»**, y una expresión a cada lado del mismo.

A las expresiones que quedan a cada lado del signo «=» se las denomina **miembros** de la ecuación. Para distinguirlos, se suele llamar **primer miembro** al que está a la izquierda del «=», y **segundo miembro** al que está a la derecha (también se les puede llamar perfectamente «miembro de la izquierda» y «miembro de la derecha», que al fin y al cabo es lo que son).

Utilizando dos herramientas matemáticas que vamos a ver a continuación: la **regla de la suma** y la **regla del producto**.

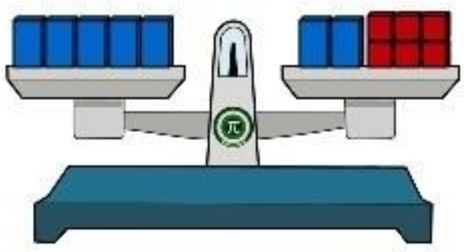
Regla de la suma y regla del producto

Para entender estas dos reglas vamos a hacer una **analogía** entre una **ecuación** y una **balanza en equilibrio**.

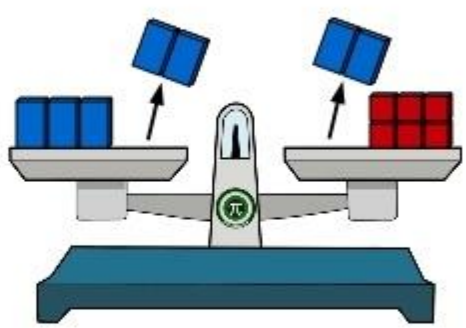
Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

Regla de la suma
Si en una balanza que está en equilibrio añadimos o quitamos el mismo peso en ambos platillos, la balanza sigue en equilibrio.

balanza sigue en equilibrio.



$$5x = 2x + 6$$



$$5x - 2x = 2x + 6 - 2x$$
$$3x = 6$$

Análogamente, ***si en una ecuación se suma o se resta el mismo número o la misma expresión algebraica en los dos miembros, se obtiene una ecuación equivalente***. Esto es lo que se conoce como **regla de la suma**.
Por ejemplo, en la ecuación:

$3x + \mathbf{3} = 9$

Si queremos, por ejemplo, que el 3 desaparezca del primer miembro de la ecuación, podemos **restar 3 en ambos miembros**, de manera que conseguimos que al operar **ya no esté en el primer miembro y, sin embargo, aparezca ahora cambiado de signo en el segundo miembro de la ecuación**:

$3x + \mathbf{3} - \mathbf{3} = 9 - \mathbf{3}$

$3x = 9 - \mathbf{3}$

Y, si después operamos en el segundo miembro, tenemos:

$3x = 6$

Veamos otro ejemplo. En esta otra ecuación:

$5x = 8 - \mathbf{3x}$

Si queremos, por ejemplo, que el término – $3x$ desaparezca del segundo miembro de la ecuación, podemos **sumar 3*x* en ambos miembros**, de forma que conseguimos que al operar **ya no esté en el segundo miembro y, sin embargo, aparezca ahora cambiado de signo en el primer miembro de la ecuación**:

$5x + \mathbf{3x} = 8 - \mathbf{3x} + \mathbf{3x}$

$5x + \mathbf{3x} = 8$

Y, si operamos ahora en el primer miembro, tenemos:

$8x = 8$

Si nos fijamos en lo que ha ocurrido en los dos ejemplos que hemos visto al aplicar la **regla de la suma**, podemos volver a formular dicha regla de otra manera, que es la que habitualmente su utiliza en la resolución de ecuaciones, y que será la que utilice en los ejemplos que veremos más adelante (eso sí, sabiendo en todo momento que es una consecuencia de aplicar la regla de la suma):

*En una ecuación, **podemos pasar un término que esté en uno de los miembros de la ecuación al otro miembro cambiándole el signo.** Es decir, **lo que está sumando** en un miembro de la ecuación **pasa restando** al otro miembro, y **lo que está restando** en un miembro de la ecuación **pasa sumando** al otro miembro.*

El primer ejemplo de los que habíamos visto sería, al aplicar directamente esta regla:

$3x + \mathbf{3} = 9$

El 3 que está en el primer miembro sumando, pasa al segundo miembro restando:

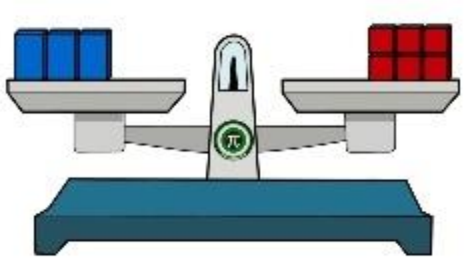
$$3x = 9 - \mathbf{3}$$

$3x = 6$

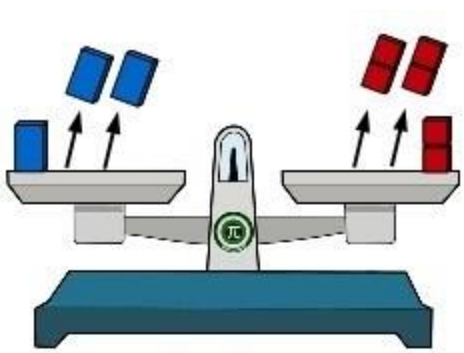
Y, en el segundo ejemplo:

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

$5x = 8 - 3x$
El término $3x$ que está en el segundo miembro restando, pasa al primer miembro sumando:
$5x + 3x = 8$
$8x = 8$
Regla del producto
Si en una balanza que está en equilibrio multiplicamos o dividimos el peso que hay en ambos platillos en la misma proporción, la balanza sigue en equilibrio.



$$3x = 6$$



$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

Análogamente, ***si en una ecuación se multiplican o se dividen los dos miembros de la misma entre un mismo número (distinto de cero) o una misma expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente***. Esto es lo que se conoce como **regla del producto**.
Por ejemplo, en la ecuación:

3*x* = 10

Si queremos que *x* quede despejada en el primer miembro de la ecuación, es decir, que ya no esté multiplicada por 3, podemos **dividir entre 3 en ambos miembros**, de manera que conseguimos que, al operar, el 3 **ya no esté multiplicando a la *x* en el primer miembro y, sin embargo, aparezca ahora dividiendo en el segundo miembro de la ecuación**:

$$\frac{3x}{3} = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Veamos otro ejemplo. En esta otra ecuación:

-5*x* = 15

Si queremos que *x* quede despejada en el primer miembro de la ecuación, es decir, que ya no esté multiplicada por -5, podemos **dividir entre -5 en ambos miembros**, de manera que conseguimos que, al operar, el -5 **ya no esté multiplicando a la *x* en el primer miembro y, sin embargo, aparezca ahora dividiendo en el segundo miembro de la ecuación**:

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{15}{-5}$$

$$x = \frac{15}{-5}$$

Y, si operamos ahora en el segundo miembro, tenemos:

***x* = -3**

Si nos fijamos en lo que ha ocurrido en los dos ejemplos que hemos visto al aplicar la **regla del producto**, podemos volver a formular dicha regla de otra manera, que es la que habitualmente su utiliza en la resolución de ecuaciones, y que será la que utilice en los ejemplos que veremos más adelante (eso sí, sabiendo en todo momento que es una consecuencia de aplicar la regla del producto):

En una ecuación, ***un número o una expresión algebraica que esté multiplicando a todo un miembro de la ecuación podemos pasarlo dividiendo a todo el otro miembro***.

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

Y al revés, ***un número o una expresión algebraica que esté dividiendo a todo un miembro de la ecuación podemos pasarlo multiplicando a todo el otro miembro***.
Es decir, ***lo que está multiplicando*** *a todo un miembro de la ecuación* ***pasa dividiendo*** *a todo el otro miembro, y* ***lo que está dividiendo*** *a todo un miembro de la ecuación* ***pasa multiplicando*** *a todo el otro miembro.*
El primer ejemplo de los que habíamos visto sería, al aplicar directamente esta regla:

3x = 10
El 3 que está multiplicando a x en el primer miembro de la ecuación, pasa al segundo miembro dividiendo:

$$x = \frac{10}{3}$$

En el segundo ejemplo:

-5x = 15
El -5 que está multiplicando a x en el primer miembro de la ecuación, pasa al segundo miembro dividiendo:
MUY IMPORTANTE: Cuando aplicamos la regla del producto (nosotros en su versión simplificada), lo que está multiplicando a la x pasa dividiendo a todo el otro miembro **CON EL MISMO SIGNO QUE TENÍA**. En ningún momento se le cambia el signo, como sí ocurría al aplicar la regla de la suma

Ecuaciones de primer grado sin paréntesis ni denominadores

Conocidas ya las herramientas que vamos a utilizar, empecemos por las ecuaciones de primer grado más sencillas que nos podemos encontrar, aquellas que no tienen ni paréntesis ni denominadores.

En nuestro ejemplo, el 2 que está multiplicando a la x pasa dividiendo a todo el otro miembro:
***x* = 4**
IMPORTANTE: Si el término con x que hemos obtenido es –x, su coeficiente es -1, por lo que, al aplicar la regla del producto para despejar x, el menos desaparece de la x y -1 pasa dividiendo al otro miembro de la ecuación. Este paso equivale a cambiar de signo ambos miembros de la ecuación. Por ejemplo:
–x = 7

$$x = \frac{7}{-1}$$

***x* = -7**

Vamos a ver un par de ejemplos más.

Resuelve la siguiente ecuación:
2*x* + 9 = 4*x* + 3
Aplicamos la regla de la suma para pasar todos los términos con *x* al primer miembro, y todos los términos sin *x* al segundo miembro:
2*x* – 4*x* = 3 – 9
(Observa que los términos 2*x* y 3 no han cambiado de signo, ya que siguen cada uno en el miembro de la ecuación en el que estaban).
Simplificamos operando en cada miembro de la ecuación términos semejantes:

-2*x* = -6
Ahora aplicamos la regla del producto para despejar *x*:

$$x = \frac{-6}{-2}$$

***x* = 3**

Resuelve la siguiente ecuación:
5*x* – 1 = –*x* + 5 + 4*x*
Pasamos los términos con *x* al primer miembro y los términos sin *x* al segundo miembro, cambiándoles el signo al hacerlo:
5*x* + *x* – 4*x*= 5 + 1
Simplificamos operando con términos semejantes en cada miembro de la ecuación:

2*x* = 6
Despejamos *x*, pasando el 2 que está multiplicando a la *x* dividiendo a todo el otro miembro de la ecuación:

$$x = \frac{6}{2}$$

IMPORTANTE: Si el término con *x* que hemos obtenido es –*x*, su coeficiente es -1, por lo que, al aplicar la regla del producto para despejar *x*, el menos desaparece de la *x* y -1 pasa dividiendo al otro miembro de la ecuación. Este paso equivale a cambiar de signo ambos miembros de la ecuación. Por ejemplo:

$-x = 7$

$$x = \frac{7}{-1}$$

$\boldsymbol{x = -7}$

Vamos a ver un par de ejemplos más.

Resuelve la siguiente ecuación:

$\boldsymbol{2x + 9 = 4x + 3}$

Aplicamos la regla de la suma para pasar todos los términos con x al primer miembro, y todos los términos sin x al segundo miembro:

$\boldsymbol{2x - 4x = 3 - 9}$

(Observa que los términos $2x$ y 3 no han cambiado de signo, ya que siguen cada uno en el miembro de la ecuación en el que estaban).

Simplificamos operando en cada miembro de la ecuación términos semejantes:

$\boldsymbol{-2x = -6}$

Ahora aplicamos la regla del producto para despejar x:

$$x = \frac{-6}{-2}$$

$\boldsymbol{x = 3}$

Resuelve la siguiente ecuación:

$\boldsymbol{5x - 1 = -x + 5 + 4x}$

Pasamos los términos con x al primer miembro y los términos sin x al segundo miembro, cambiándoles el signo al hacerlo:

$\boldsymbol{5x + x - 4x = 5 + 1}$

Simplificamos operando con términos semejantes en cada miembro de la ecuación:

$\boldsymbol{2x = 6}$

Despejamos x, pasando el 2 que está multiplicando a la x dividiendo a todo el otro miembro de la ecuación:

$$x=\frac{6}{2}$$

***x* = 3**

Ecuaciones de primer grado con paréntesis

Para resolver una ecuación de primer grado en la que aparezcan **paréntesis**, tenemos que empezar eliminando dichos paréntesis. Para hacerlo **aplicamos la propiedad distributiva**, multiplicando el número que está fuera del paréntesis por cada uno de los términos que están dentro del mismo, y realizando correctamente la regla de signos al hacerlo.

Una vez eliminados los paréntesis, tenemos ya una ecuación como las que hemos estado trabajando antes, y continuamos como hemos visto hasta resolverla.

Por ejemplo, **resuelve la siguiente ecuación:**

$8 – 2(3x – 3) = x$

Eliminamos primero el paréntesis aplicando la propiedad distributiva:

$8 – 6x + 6 = x$

Y continuamos resolviendo la ecuación.

Aplicando la regla de la suma, pasamos los términos con *x* al primer miembro de la ecuación, y los términos sin *x* al segundo miembro:

$-6x – x = -8 – 6$

Simplificamos los términos semejantes en cada miembro:

$-7x = -14$

Y aplicamos la regla del producto para despejar *x*:

$$x=\frac{-14}{-7}$$

$x = 2$

IMPORTANTE: Cuando tenemos un «-» delante de un paréntesis, equivale a que todo lo que está dentro del paréntesis esté multiplicado por -1, por lo que se elimina el signo menos junto con el paréntesis y se cambia el signo a cada uno de los términos que estaban dentro del paréntesis.

Vemos otro ejemplo en el que, para eliminar los paréntesis, haya que aplicar la propiedad distributiva y también esto último que he comentado.

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

Resuelve la siguiente ecuación:

$6(2 – x) + 4 = 1 – (x – 3)$

Eliminamos primero los paréntesis, aplicando la propiedad distributiva en el primer miembro, y cambiando el signo a cada uno de los términos que están dentro del paréntesis en el segundo miembro:

$12 – 6x + 4 = 1 – x + 3$

Ahora, aplicando la regla de la suma, pasamos los términos con *x* al primer miembro de la ecuación, y los términos sin *x* al segundo miembro:

$-6x + x = 1 + 3 – 12 – 4$

Simplificamos los términos semejantes en cada miembro:

$-5x = – 12$

Y aplicamos la regla del producto para despejar *x*:

$$x = \frac{-12}{-5}$$

Aplicando la regla de signos:

$$x = \frac{12}{5}$$

Centro Educacional Principado de Asturias Adultos
Dpto de Matemática
Profesor: Adolfo Peña Salas

ACTIVIDAD **Resuelva las siguientes ecuaciones:**

1) $x + 8 = 15$

2) $3x + 14 = 4x - 6$

3) $3x = 7x + 28$

4) $x - 14 = -10$

5) $10x + 5 = 55$

6) $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 12$

7) $7x + 42 = 6x + 47$

8) $12 = 5x + 27$

9) $\frac{x}{4} + \frac{x + 2}{7} = x - 7$

10) $-3 + x + 4 = -1 + - 2$

11) $5x + 1 = 4x - 1$

12) $3(x + -2) = -15$

13) $x + 3 + x + 1 = 4\,(x + 1)$

14) $4\,(x + 3) - 11\,(x - 7) = 4\,(5x + 2)$

15) $100\,a = -1000$

Determinar la solución de las siguientes ecuaciones:(La incógnita puede ser cualquier letra x, b, c, d, f, g, k,)