CENTRO EDUCACIONAL PRINCIPADO DE ASTURIAS ADULTOS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
PROFESOR: VICTOR MUÑOZ B.

2020

SEGUNDO NIVEL MEDIO ____

NOMBRE:____FECHA: SEPTIEMBRE / OCTUBRE

MODULO DE ALGEBRA BASICA Y ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Ya tenemos idea del trabajo de los números naturales, enteros, racionales y reales. Ahora aplicaremos su generalización en los diversos ejercicios que nos presenta el álgebra.

El álgebra nace al incluir letras en las expresiones matemáticas y con ello nuevos conceptos que será necesario revisar.

<u>CONTENIDOS:</u>

I.- Expresiones Algebraicas
II.- Valoración de Expresiones Algebraicas
III.- Reducción de Términos Semejantes
IV.- Productos notables

TÉRMINO ALGEBRAICO.

Consta de:
a) Signo
b) Coeficiente Numérico
c) Factor Literal y grado

Ejemplo :

$$+5\,b^2$$

Factor literal grado

Coeficiente numérico

EXPRESIÓN ALGEBRAICA.

Es toda combinación de números y letras ligados por los signos de las operaciones aritméticas.

De acuerdo al número de términos puede ser :

MONOMIO: Un término : $\mathbf{5\,x^2yz^4}$; $\dfrac{x^2-y^2}{a+b}$

BINOMIO: Dos términos : $7\sqrt{xy}+y^5$; p + q

TRINOMIO: Tres términos : x^2+3x-5

POLINOMIO o MULTINOMIO :tiene varios términos

inventa uno : ____________________________________

VALORACIÓN DE EXPRESIONES

Proceso de dos partes:
Reemplazar la o las letras por valores o datos dados
Resolver la operatoria que resulta.

Ejemplo :

Si a = 3 y b = 2, reemplazamos esos valores en :

3 a – 2b =
3 · 3 – 2 · 2

9 – 4 = 5

Ahora , tú : Si a = 2 ; b = 4 ; c = – 1 encuentra el valor de cada expresión

1) 12a – 8a + 10a = 3) 3b-5a +4c=	2) 7a– 8c + 4b + = 4) 3(b-2a) +2c=

REDUCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES.

UN TÉRMINO ALGEBRAICO ES SEMEJANTE CON OTRO SI POSSE EL MISMO FACTOR LITERAL, ES DECIR LAS MISMAS LETRAS. ESTOS TÉRMINOS SE PUEDEN SUMAR O RESTAR, O SEA REDUCIR A UN SOLO TÉRMINO

LAS OPERACIONES QUE SE REALIZAN CON LETRAS SON LAS MISMAS QUE LAS REALIZADA CON NÚMEROS Y CUMPLEN LAS MISMAS REGLAS.

1) 7 a + 8 b + 5c + 7 a + 5 a – 6 b – 8 a + 12 b =
2) 35x + 26y – 40x – 25y + 16x – 12y =
3) 24a – 16b + 3c – 8b + 7a + 5c + 23b + 14c – 7c – 16a – 2c =
4) 3m – 7n + 5m – 7n + 5n + 3n – 8p – 5n + 8p =

USO DE PARÉNTESIS.

Para resolver paréntesis se debe seguir por las siguientes reglas :

a) si el paréntesis está precedido por signo positivo, se consideran los términos con sus respectivos signos, no cambia nada, se puede omitir.
b) si el paréntesis está precedido por signo negativo, cambia los signos de todo lo que está dentro del paréntesis.
c) Si existe un factor numérico antes de un paréntesis, este factor multiplica a todos los términos del paréntesis.

Resuelva siguiendo las reglas:

1) 5a – 3b + c + (4a – 5b – c) =
2) 3a + (a + 7b – 4c) – (3a + 5b – 3c) – (b – c) =
3) 8x – (15y + 16z – 12x) – (– 13x + 20y) – (x + y + z) =

Factorización

Factorizar : es transformar una expresión en una multiplicación.

Ejemplo: Factoriza 20 en dos de sus factores

$20 = 4 \cdot 5$ "hemos factorizado el 20"

$x^2 + 12x + 35 = (x + 7)(x + 5)$

Entonces vemos que las expresiones de la izquierda son los factores y las de la derecha son las expresiones a factorizar , es decir, la factorización es el proceso inverso de la multiplicación.

La factorización es de extrema importancia en la Matemática, así es que debes tratar de entender lo más que puedas sobre lo que vamos a trabajar.

Existen varios casos de factorización

Factor Común Monomio

Factor común monomio: es el factor que está presente en cada término del polinomio

Ejemplo N° 1: ¿Cuál es el factor común monomio en $12x + 18y$

Entre los coeficientes es el "**6**", o sea, $\mathbf{6}\,.2x + \mathbf{6}\,.3y = \mathbf{6}(2x + 3y)$

Ejemplo N° 3: ¿Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$

El factor común es **" 6xy "** porque

$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = \mathbf{6xy} \cdot x - \mathbf{6xy} \cdot 5y + \mathbf{6xy} \cdot 2xy = \mathbf{6xy}(x - 5y + 2xy)$

Realiza tú los siguientes ejercicios:

EJERCICIOS. Halla el factor común de los siguientes ejercicios:

1) $6x - 12 =$	2) $4x - 8y =$
3) $24 - 12b =$	4) $10x - 15x^2 =$
5) $14m^2n + 7mn =$	6) $4m^2 - 20\,am =$

Factorización de la forma $x^2 + bx + c$

EJEMPLO N° 1: Descomponer $\mathbf{x^2 + 6x + 5}$

1° Hallar dos factores que den el primer término $\mathbf{x \cdot x}$

2° Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea **"6"**

$\mathbf{1 \cdot 5}$ **ó** $\mathbf{-1 \cdot -5}$ Pero la suma debe ser **+6** luego serán $\mathbf{1 + 5 = 6}$

por lo tanto $\mathbf{x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)}$

EJERCICIOS :

Factoriza los siguientes trinomios en dos binomios :

1) $x^2 + 4x + 3 =$	4) $a^2 + 7a + 10 =$
2) $b^2 + 8b + 15 =$	5) $x^2 - x - 20 =$
3) $r^2 - 12r + 27 =$	6) $s^2 - 14s + 33 =$

4) $h^2 - 27h + 50 =$	10) $y^2 - 3y - 4 =$
5) $x^2 + 14x + 24 =$	11) $m^2 + 19m + 48 =$
6) $x^2 + 5x + 4 =$	12) $x^2 - 12x + 35 =$

Factorización de la diferencia de dos cuadrados

EJEMPLO: Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$

1º Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$
2º El segundo término $-16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$
Luego la factorización de $\mathbf{9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)}$

EJERCICIOS :

1) $9a^2 - 25b^2 =$	2) $16x^2 - 100 =$
3) $4x^2 - 1 =$	4) $9p^2 - 40q^2 =$

Factorización de un trinomio cuadrado perfecto

Ejemplo: Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$

1° Halla la raiz principal del primer término $9x^2 \Rightarrow$ $3x \cdot 3x$

2° Halla la raiz principal del tercer término 25 con el signo del segundo término $\Rightarrow$ $-5 \cdot -5$

luego la factorización de $\mathbf{9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2}$

EJERCICIOS :

1) $b^2 - 12b + 36 =$	2) $25x^2 + 70xy + 49y^2 =$
3) $m^2 - 2m + 1 =$	4) $x^2 + 10x + 25 =$

"Ecuaciones Cuadráticas"

Concepto de Ecuaciones de 2º grado:

Es aquella ecuación en la que el mayor exponente de la incógnita es **dos** y por lo tanto posee **dos** soluciones

Su forma general es:
Donde **a, b, c** son coeficientes y **x** es la incógnita

$$ax^2 + bx + c = 0; \quad \forall a, b, c \in IR; \quad a \neq 0$$

Estudiaremos dos Métodos de resolución de Estas Ecuaciones:

i) Método de Factorización

ii) Aplicación de Fórmula

Aprendizajes esperados:

Plantean y resuelven problemas que involucran ecuaciones de segundo grado; explicitan sus procedimientos de solución y analizan la existencia y pertinencia de las soluciones obtenidas.

En una ecuación de segundo grado existen en general dos soluciones llamadas raíces denominadas por : x_1 y x_2

Método de Factorización

Consiste básicamente en reducir el grado de la ecuación por medio de la factorización de un trinomio Notable y sus fundamentos son dos:

a) Factorización de un trinomio notable.

$$x^2+(b+c)x+bc=(x+a)(x+b)=0$$

b) Ley de absorción del cero.

$$a\cdot b=0\Rightarrow a=0,o,b=0$$

Ejemplo: $x^2-8x+15=0$, Aplicamos factorización buscando dos números que sumados me den -8 y que multiplicados den 15. Los números son -3 y-5.

(x – 5) (x – 3) = 0 Aplicamos ley de Absorción del cero

x – 5 = 0 => x_1 = 5

x – 3 = 0 => x_2 = 3

Ejercicios: Resolver mediante el método de factorización los siguientes ejercicios:

a) $x^2-7x+12=0$ b) $x^2-16x+64=0$ c) $x^2-6x+8=0$

d) $x^2-14x+49=0$ e) $x^2-5x-14=0$ f) $x^2+12x+35=0$

Método de Aplicación de formula

RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN MEDIANTE LA FÓRMULA

Todas las ecuaciones de segundo grado se pueden reducir a su forma general :

$ax^2 + bx + c = 0$ Donde a , b y c se llaman coeficientes de los cuales se deduce la sgte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo: $x^2 - 3x + 2 = 0$ en esta ecuación $a = 1,\ b = -3,\ c = 2$ y aplicando la fórmula

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} =$$

$$\frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \qquad \boxed{x = 2}$$

$$\frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad \boxed{x = 1}$$

Ejercicios de aplicación:

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$ b) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ c) $4x^2 - 11x - 3 = 0$

d) $x^2 - 18x + 65 = 0$ e) $4x^2 + 19x + 12 = 0$ f) $3x^2 - 2x - 1 = 0$